

## Fiche descriptive

### Publics

|                    |   |
|--------------------|---|
| <b>Elèves</b>      | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Écoles primaires : CM2 (cycle 3)</li> <li>• Collège : sixième</li> </ul>                   |
| <b>Enseignants</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Enseignants du primaire et professeurs de mathématiques du secondaire (collège)</li> </ul> |

### Action pédagogique

|                                 |  |
|---------------------------------|--|
| <b>Etablissement</b>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Collège et écoles du REP de Harnes -Pas-de-Calais - France (REP : Réseau d'Éducation Prioritaire)</li> </ul>  |
| <b>Cadre institutionnel</b>     | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Préparation : échanges inter-cycles</li> <li>• Épreuves : dans le cadre des cours</li> </ul>  |
| <b>Chronologie</b>              | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Préparation : séance de 2 h en novembre 2003 et en janvier 2004</li> <li>• Épreuves : 50 à 60 min en mars 2004</li> </ul>   |
| <b>Disciplines</b>              | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mathématiques</li> </ul>  |
| <b>Type de production</b>       | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Résolution de 10 défis, traces de recherche</li> </ul>  |
| <b>Objectifs disciplinaires</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Développer les heuristiques de résolution de problème</li> </ul>  |
| <b>Objectifs transversaux</b>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Favoriser la coopération</li> </ul>   |
| <b>Objectifs professionnels</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Diversifier les pratiques professionnelles</li> <li>• Intensifier la collaboration inter-cycle</li> </ul>   |
| <b>Description synthétique</b>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Des enseignants du primaire et du secondaire se réunissent pour préparer un défi mathématiques de 10 épreuves. Les élèves, associés par groupes de 3 ou 4, tentent de les résoudre dans un temps limité.</li> </ul> |



## **Présentation**

Le défi-math est organisé depuis plusieurs années dans le réseau d'éducation prioritaire de Harnes (Pas-de-Calais - France). Il associe dans sa conception des enseignants du primaire et du secondaire et met en concurrence des groupes d'élèves du primaire (cycle 3 - CM2) et du secondaire (6ème).

Ce défi s'est inspiré du rallye de mathématiques du Maine-et-Loire présenté dans l'excellent ouvrage : *Un rallye pour débattre de mathématiques* édité par le CRDP des Pays-de-la-Loire en 1992.

Dans la partie commentaire, nous proposons essentiellement les documents fournis aux élèves en 2004, soit :

→ le règlement

→ les énoncés

→ la fiche-réponses

## Règlement

Le règlement suivant est adapté chaque année par les enseignants en fonction du vécu des années précédentes. Il est porté à la connaissance de tous les élèves participant au défi.

- Chaque groupe d'élèves dispose d'un temps maximum pour résoudre le plus grand nombre de défis : 50 minutes pour les élèves de collège, 60 minutes pour les élèves d'école primaire.
- Les 20 premières minutes sont réservées à des recherches individuelles.
- Le temps restant est consacré aux recherches en commun et à l'inscription des réponses.
- Chaque groupe dispose d'un capital initial de 500 points.
- Tout défi dont la réponse est exacte fait gagner 50 points.
- Parmi les dix défis, cinq, au choix, sont obligatoires et les cinq autres sont facultatifs.
- Le numéro de chacun des cinq défis obligatoires doit être précisé en bas de la feuille de réponses. Parmi ces 5 défis, ceux dont la réponse est fautive -même en partie- ou incomplète font perdre chacun 50 points.

Remarque : les 5 défis obligatoires ne sont pas forcément les cinq premiers.

- Les 5 autres défis ne sont pas obligatoires mais peuvent être tentés. Chaque réponse juste fait gagner 50 points. Mais, à la différence des défis obligatoires, les réponses fautes ne font pas perdre de points.
- Il est possible d'utiliser un joker sur l'un des défis obligatoires (pas sur les autres). Il double le gain ou la perte des points pour le défi choisi : soit un gain ou une perte de 100 points.
- Il n'y a qu'un seul bulletin réponse pour le groupe.
- Vous pouvez utiliser tous les documents et tous les matériels que vous voulez sauf la calculatrice.
- Vous ne pouvez recevoir aucune aide de votre enseignant, ni de tout autre adulte.
- La feuille de réponses doit être remplie très lisiblement. Toute réponse difficilement compréhensible sera considérée comme fautive !

### Conseils

- Avant de commencer à résoudre les défis, chacun doit bien lire tous les énoncés.
- Chacun choisit les défis qu'il pense pouvoir résoudre.
- Discutez, échangez, communiquez les idées et les façons de résoudre les défis.
- Conservez du temps pour vous mettre d'accord sur les réponses et pour remplir très lisiblement la feuille de réponses.
- Jouer le joker sur le défi dont tous les joueurs sont sûrs de la réponse.

## Énoncés

### Défi n°1

Une année est appelée « Blackjack » si la somme de ses chiffres est 15.  
Exemple : 1923 est une année « Blackjack » car  $1+9+2+3 = 15$ .

Combien y a-t-il d'années « Blackjack » entre les années 1900 et 2004 ?

### Défi n°2

Chaque fois, Elodie fait le même calcul avec les nombres donnés par Tanguy.

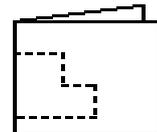
- Si Tanguy dit « 2 et 4 », Elodie répond « 8 ».
- Si Tanguy dit « 5 et 3 », Elodie répond « 13 ».
- Si Tanguy dit « 3 et 5 », Elodie répond « 11 ».
- Si Tanguy dit « 9 et 7 », Elodie répond « 25 ».

Tanguy dit « 1 et 8 ». Que répond Elodie ?

### Défi n°3

On plie une feuille en deux et on découpe comme indiqué en pointillés. On déplie ensuite la feuille.

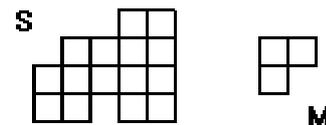
Dessinez la forme exacte du trou obtenu.



### Défi n°4

Vous devez recouvrir la surface S en n'utilisant que des morceaux identiques à celui (M) qui est dessiné. Il ne doit pas y avoir de trou et les morceaux ne doivent pas se chevaucher.

Dessinez sur S votre partage.



### Défi n°5

J'ai une feuille de papier à 4 côtés.

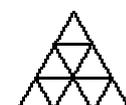
- Si je la plie en faisant coïncider deux côtés opposés, les deux morceaux se superposent exactement et ont la forme d'un carré
- Puis si je la plie en joignant deux sommets opposés, les deux morceaux se superposent exactement et ont la forme d'un triangle dont deux côtés mesurent chacun 7 cm.

Quel est le périmètre de ma feuille ?

### Défi n°6

Combien vois-tu de triangles dans cette figure ?

Attention, il peut y avoir des triangles de différentes tailles !



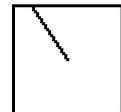
**Défi n°7**

Claude habite sur une île reliée au continent par un pont. Depuis qu'il s'est levé ce matin, il a traversé 127 fois le pont.

Est-il maintenant sur l'île ou sur le continent ?

**Défi n°8**

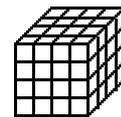
Pour couper une tarte carrée, on a donné un premier coup de couteau à partir du centre, comme sur le dessin.



Marquez les autres coups de couteau à donner pour obtenir 4 parts égales.

**Défi n°9**

On assemble 64 cubes identiques de façon à obtenir un grand cube ayant 16 petits cubes sur chacune de ses faces. On colle une gommette sur chacune des faces visibles des petits cubes puis on défait le grand cube.

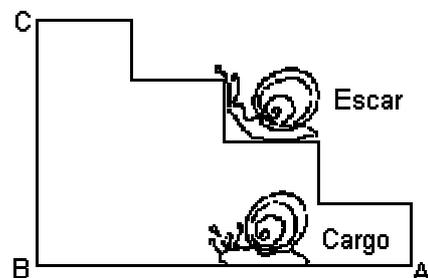


Combien y a-t-il de petits cubes ayant 1 gommette ? Combien en ont 2 ? Combien en ont 3 ? Combien n'en a aucune ?

**Défi n°10**

Deux escargots font la course entre A et B.  
Ils vont à la même vitesse.  
Escar passe par les marches, tandis que Cargo suit le trajet ACB.

Qui arrivera le premier au point B ?



dernière mise à jour : sept. 2004

Fiche-réponse

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
| <b>Défi n°1</b><br>Nombre d'années « Blackjack » entre les années 1900 et 2004 → ... |  | <b>Défi n°6</b><br>Nombre de triangles → ...  |  |
| <b>Défi n°2</b><br>Réponse d'Élodie → ...  |  | <b>Défi n°7</b><br>Claude est sur → ...   |  |
| <b>Défi n°3</b><br>Dessin du trou (on peut s'aider du quadrillage) →                 |  | <b>Défi n°8</b><br>Figure à compléter →   |  |
| <b>Défi n°4</b><br>Dessin du partage →   |  | <b>Défi n°9</b><br>Nombre de cubes ayant<br>1 gommette → ...<br>2 gommettes → ...<br>3 gommettes → ...<br>aucune gommette → ... |  |
| <b>Défi n°5</b><br>Périmètre de la feuille (en cm) → ...                             |  | <b>Défi n°10</b><br>Qui arrivera le premier au point B → ...  |  |

|                                    |     |     |     |     |     |                       |
|------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------------------|
| Numéros des 5 défis obligatoires → | ... | ... | ... | ... | ... | Joker sur le n° → ... |
|------------------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----------------------|

## Démarches de recherche

Dans cette page, nous proposons quelques démarches de recherche intéressantes relevées parmi les productions des élèves de sixième. Ces démarches ne sont pas toutes finalisées mais montrent la diversité des heuristiques\* échauffées par ces élèves.

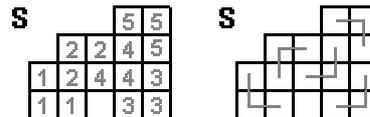
\*heuristique : démarche de recherche

### Défi n°1

- Compter de 9 en 9 à partir de 1905.  
1905, 1905 + 9 = 1914, 1914 + 9 = 1919 etc.
- Recherche exhaustive avec calcul pour chaque année de 1901 à 1977 (abandon pour les années suivantes...) :  $1+9+0+1 = 11$ ,  $1+9+0+2 = 12$ ,  $1+9+0+3 = 13$ ,  $1+9+0+4 = 14$ ,  $1+9+0+5 = 15$ , etc.
- Séparation mise en évidence entre les 2 premiers et les 2 derniers chiffres des dates. Démarche insuffisamment ordonnée qui n'a pas permis de trouver toutes les réponses attendues :  
 $1 + 9 + 3 + 2 = 15$ ,  $1 + 9 + 4 + 1 = 15$ ,  $1 + 9 + 5 + 0 = 15$ ,  $1 + 9 + 2 + 3 = 15$ ,  
 $1 + 9 + 1 + 4 = 15$ ,  $1 + 9 + 0 + 5 = 15$

### Défi n°4

- Pavage matérialisé soit par des chiffres, soit par des traits →

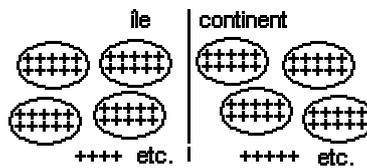


### Défi n°7

- Comptage des déplacements par regroupement de 10 en 10 jusqu'à 120 :  $10 \rightarrow C^*$  ;  $20 \rightarrow C$  ;  $30 \rightarrow C$  ; ... ;  $120 \rightarrow C$   
 puis un par un :  $121 \rightarrow I$  ;  $122 \rightarrow C$  ;  $123 \rightarrow I$  ; ... ;  $127 \rightarrow I$   
 \* : erreur initiale mais la démarche est juste.
- Représentation spatiale en colonne du nombre de trajets effectués, ce qui met en évidence l'intérêt de la notion de parité pour la résolution du défi :

| île | continent |
|-----|-----------|
|     | 1         |
| 2   | 3         |
| 4   | 5         |
| 6   | 7         |
| ... | etc.      |

- Matérialisation des points d'arrivées sous forme schématique avec regroupement pour dénombrement :

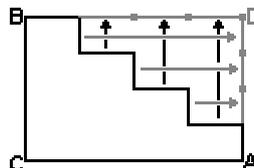


### Défi n°9

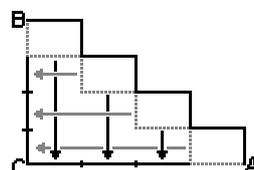
- Dénombrement des cubes avec 1, 2 ou 3 gommettes ( $24 + 24 + 8$ ). Calcul de la différence entre le nombre total de cubes (64) et le nombre de cubes avec gommettes (56\*) pour trouver le nombre de cubes sans gommettes :  $64 - 56 = 8$   
\* En réalité, les élèves ont commis une erreur de calcul et donné comme total 54 au lieu de 56 mais la démarche utilisée est pertinente.

### Défi n°10

- Méthode 1 avec mesures (approchées !) et calcul des chemins parcourus  
pour Cargo : 6,4 horiz. + 4,2 vert. → 10,6  
pour Escar : 1,6 x 4 horiz. + 1 x 4 vert. → 10,4, d'où la réponse erronée proposée : Escar !
- Méthode 2 avec mesures (à nouveau approchées !) et calcul des chemins parcourus  
pour Cargo : 6,4 horiz. + 4,3 vert. → 10,7  
pour Escar : 1,6 + 1 + 1 + 1,6 + 1 + 1,6 + 1 + 1,6 + 1 = 10,4 d'où la réponse erronée proposée : Escar !
- Méthode 3 avec raisonnement géométrique schématisé : mise en évidence de longueurs égales entre le parcours d'Escar (marches de l'escalier) et le parcours virtuel A-D-B, d'où la réponse juste : arrivée simultanée d'Escar et Cargo.



- Méthode 4 avec raisonnement géométrique schématisé : mise en évidence de longueurs égales entre un escalier virtuel (représenté en pointillés) et le parcours de Cargo (A-C-B), d'où la réponse à nouveau juste : arrivée simultanée d'Escar et Cargo.



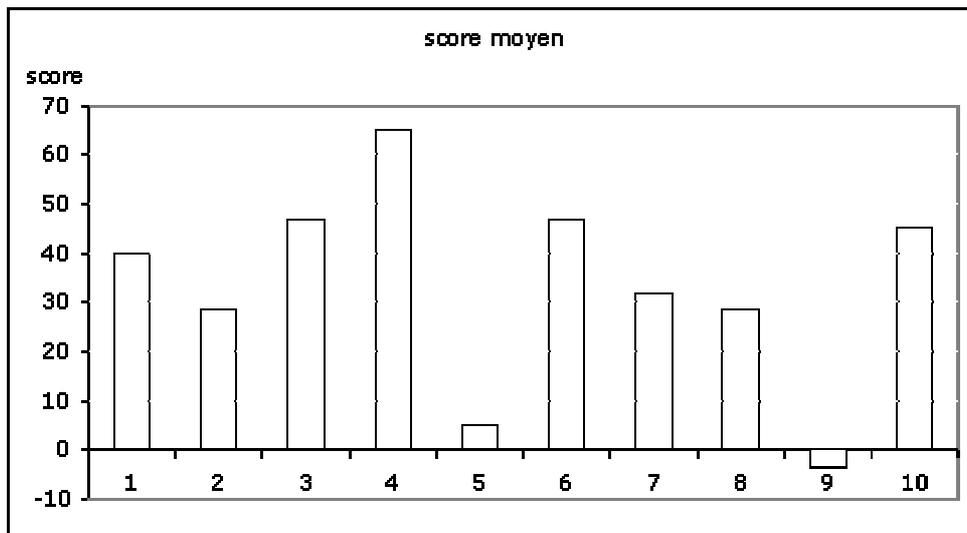
## Éléments statistiques

Nous fournissons quelques éléments statistiques relatifs aux 114 élèves de sixième répartis en groupes de 3 ou 4.

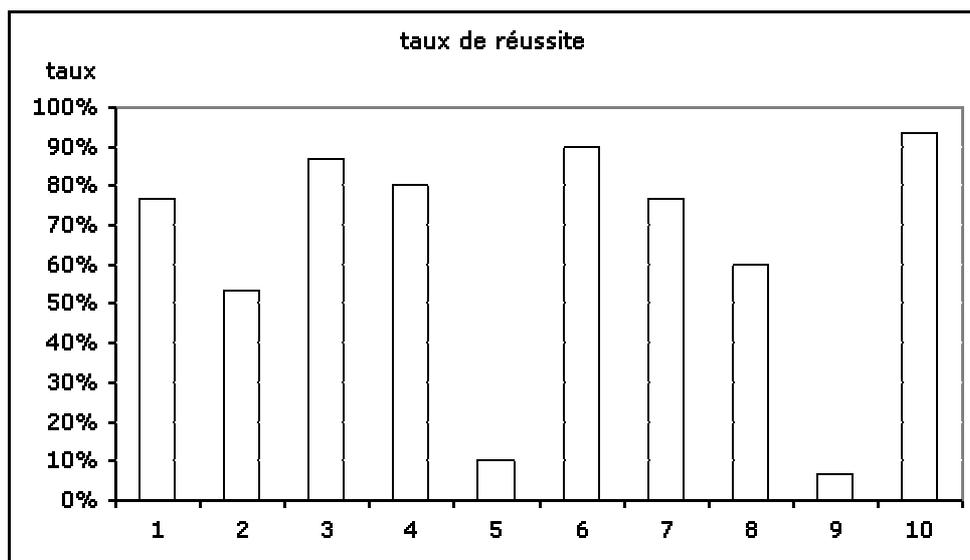
Sur chaque diagramme, le numéro du défi se lit en bas, horizontalement (en abscisse).

Le défi n° 4 se détache nettement car son score moyen dépasse les 60 points ! Nous rappelons qu'un défi résolu rapporte 50 points et que s'il est accompagné d'un joker le score est doublé.

Les défis n° 3, 6 et 10 s'approchent des 50 points. Par contre, les scores des défis n° 5 et 9 sont particulièrement faibles, tout particulièrement pour le second qui est négatif.

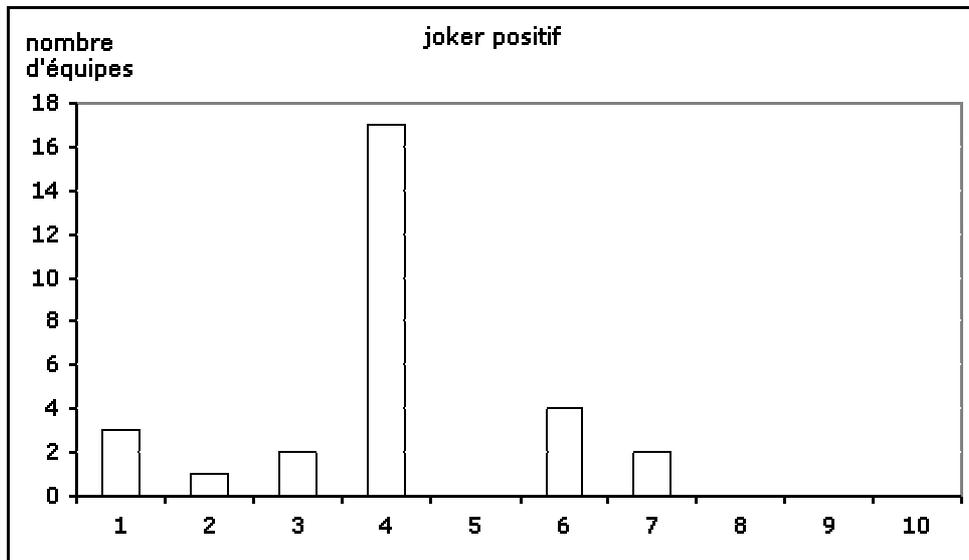


Les taux de réussite confirment dans leur ensemble les scores moyens. Néanmoins, le taux de réussite au défi n° 4 n'apparaît pas comme étant le plus élevé ce qui peut sembler paradoxal...



Le commentaire précédent s'explique par le fait que les équipes ont très majoritairement choisi d'accompagner le défi n° 4 d'un joker "gagnant" ce qui leur a permis de marquer un maximum de points. La prise de risque sur les défis pourtant bien réussis comme les 3, 6 et 10, apparaît faible, d'où les scores

proches de 50 mais inférieurs à cette dernière valeur que, seul, un joker aurait permis de dépasser.



Le cas du défi n° 10 est particulier car, suite à une imprécision de l'énoncé (mise en évidence par une élève lors de la correction !) deux réponses ont été acceptées au lieu d'une seule prévue initialement, ce qui a fait grimper sensiblement le taux de réussite à ce défi.

La lecture de ce dernier diagramme est immédiate : une équipe et une seule a fait un choix malheureux en accompagnant le défi n° 6 du joker et en proposant une réponse fausse...

